

2010 年度前学期数学演習 3 類 (P クラス) 第 9 回演習問題

小テストの問題は裏面である。こちらの面は、小テスト終了後の通常の演習問題である。

- (9-1) 今回は小テストで出欠を確認するので、解答用紙への解答はなし
 次の行列の行列式を求めよ。(Hint: 教科書 P54 の例 7, ただし、この方法は 3×3 行列のみ使うことができる)

$$(i) \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ -4 & 5 & 3 \\ -1 & -5 & 4 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$$

- (9-2) 次の行列の行列式も求めよ。(Hint: (i) は教科書 P58 例 2, (ii) は教科書 P56 定理 3.4)

$$(i) \begin{pmatrix} -5 & 2 & -4 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} -5 & 2 & -4 & -1 \\ 3 & 4 & -3 & 3 \\ -1 & 4 & 1 & -3 \\ 15 & -6 & 12 & 3 \end{pmatrix}$$

- (9-3) さらに次の行列の行列式も求めよ。(Hint: 教科書 P57 定理 3.5, P58 定理 3.6, P59 例 13)

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -4 & -2 \\ 4 & -2 & -3 & -2 \\ 2 & 5 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & -2 \\ -5 & -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- (9-4) 次の条件を満たす行列 $\mathbf{X}$ を求め、実際に条件を満たすことを示せ。(一つとは限らない。)

- (a) $\mathbf{X}$ は 3×3 行列
- (b) 各要素 X_{ij} は -5 から 5 の整数 (ただし、0 は除く)
- (c) $\mathbf{X}^{-1}$ の各要素 $(\mathbf{X}^{-1})_{ij}$ は -10 から 10 の整数

- (9-5) 次の条件を満たす行列 $\mathbf{X}$ を求め、実際に条件を満たすことを示せ。(一つとは限らない。)

- (a) $\mathbf{X}$ は 4×4 行列
- (b) 各要素 X_{ij} は -5 から 5 の整数 (ただし、0 となる要素は多くても 2 個)
- (c) $\det(\mathbf{X}) = 5$

略解

(9-1)

$$(i) 198 \quad (ii) a^3 - 2a$$

(9-2)

$$(i) -40 \quad (\text{三角行列のときは対角成分の積}) \quad (ii) 0 \quad (1 \text{ 行目と } 4 \text{ 行目に注意})$$

(9-3)

$$(i) 0 \quad (ii) -33$$

(9-4) 例えば、

$$X = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad X^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & -5 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(9-5) 例えば、

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & -5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$